42. Ein Radfahrer (Gesamtmasse Fahrer-Rad: 90 kg) rollt einen 12° geneigten Weg hinab.

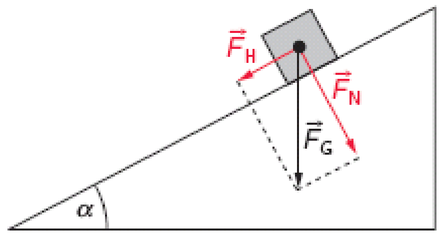
a) Skizzieren Sie die Kräfte, die auf ihn wirken!

b) Wie groß sind Hangabtriebskraft und Normalkraft?

c) Wie groß wäre die Beschleunigung des Radfahrers, wenn man die Reibungskraft vernachlässigt?

d) Wie groß sind Neigungswinkel, Hangabtriebskraft und Normalkraft bei 8 % Gefälle?

a)



b) $F_N = F_G \cdot \cos\alpha$ mit $F_G = m \cdot g$

$F_N = 90\text{ kg} \cdot 9{,}81\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot \cos 12°$

$\underline{F_N = 864\text{ N}}$

$F_H = F_G \cdot \sin\alpha$

$F_H = 90\text{ kg} \cdot 9{,}81\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot \sin 12°$

$\underline{F_H = 184\text{ N}}$

Mit $F = F_H$ erhält man:

$a = \frac{m \cdot g \cdot \sin\alpha}{m} = g \cdot \sin\alpha$

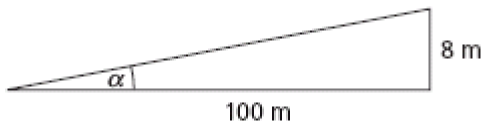
$a = 9{,}81\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot \sin 12°$

$\underline{a = 2{,}0\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}$

d) 8 % Gefälle bedeutet: Auf 100 m beträgt der Höhenunterschied 8 m. Damit erhält man für den Neigungswinkel:

$\tan\alpha = \frac{8\text{ m}}{100\text{ m}}$

$\underline{\alpha = 4{,}6°}$



Damit betragen die Kräfte:

$F_N = m \cdot g \cdot \cos\alpha$

$F_N = 90\text{ kg} \cdot 9{,}81\frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot \cos 4{,}6°$

$\underline{F_N = 880\text{ N}}$

$F_H = m \cdot g \cdot \sin\alpha$

$F_H = 90\text{ kg} \cdot 9{,}81\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot \sin 4{,}6°$

$\underline{F_H = 71\text{ N}}$

46. Welche Bremskraft ist erforderlich, um ein Fahrzeug mit einer Masse von 1 100 kg, das mit 65 km/h fährt, nach 55 m zum Halten zu bringen?

Geht man von einem gleichmäßigen Abbremsen aus, so können neben dem newtonschen Grundgesetz die Gesetze der gleichmäßig beschleunigten Bewegung angewendet werden.

Gesucht: F

Gegeben: $m = 1\,100 \text{ kg}$

$v = 65 \, \frac{\text{km}}{\text{h}} = 18 \, \frac{\text{m}}{\text{s}}$

$s = 55 \text{ m}$

Lösung: $F = m \cdot a$ (1)

Die Beschleunigung lässt sich folgendermaßen ausdrücken:

Aus $v = a \cdot t$ folgt $t = \frac{v}{a}$.

Eingesetzt in $s = \frac{a}{2} \cdot t^2$ erhält man $s = \frac{v^2}{2\,a}$ und damit $a = \frac{v^2}{2\,s}$ (2)

Einsetzen von (2) in (1) ergibt:

$$F = m \cdot \frac{v^2}{2\,s}$$

$$F = 1\,100 \text{ kg} \cdot \frac{\left(18 \, \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2}{2 \cdot 55 \text{ m}}$$

$$\underline{F = 3\,240 \, \frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}^2}}$$

Die erforderliche (durchschnittliche) Bremskraft beträgt 3 240 N.

47. Die Elektromotoren eines Intercity-Express haben eine maximale Antriebskraft von 270 kN.Die Masse des Zuges beträgt 500 t.
a) Welche maximale Beschleunigung erreicht ein ICE beim Anfahren?
b) In welcher Zeit erreicht der ICE bei dieser Beschleunigung eine Geschwindigkeit von 100 km/h? Vergleichen Sie das mit den Zeiten, die bei einem Pkw erreicht werden! Welchen Weg legt der ICE dabei zurück?
c) Die Bremsverzögerung beim Abbremsen beträgt 0,60 m · s–2. Welche Strecke benötigt der mit 200 km/h fahrende Zug, um zum Stillstand zu kommen? Wie groß ist dabei die Bremskraft? **d)** Zeichnen Sie das Weg-Zeit-Diagramm für den gesamten Bremsvorgang!

$a = \frac{F}{m}$

$a = \frac{270\,000\ \text{N}}{500\,000\ \text{kg}}$

$\underline{a = 0{,}54\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}$

Die maximale Beschleunigung eines ICE beträgt etwa 0,5 $\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$.

b) Aus $v = a \cdot t$ folgt $t = \frac{v}{a}$

$t = \frac{27{,}8\ \frac{\text{m}}{\text{s}}}{0{,}54\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}$

$\underline{t = 51{,}5\ \text{s}}$

Für den Weg aus dem Stillstand gilt:

$s = \frac{a}{2} \cdot t^2$

$s = \frac{0{,}54\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}{2} \cdot (51{,}5\ \text{s})^2$

$\underline{s = 716\ \text{m}}$

c) Gesucht: s, F
Gegeben: $a = 0{,}6\ \text{m/s}^2$
$v_0 = 200\ \frac{\text{km}}{\text{h}} = 55{,}6\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$

Lösung: Aus $v = v_0 - a \cdot t$ folgt mit $v = 0$: $t = \frac{v_0}{a}$ (1)
Das Weg-Zeit-Gesetz lautet:
$s = v_0 \cdot t - \frac{a}{2} \cdot t^2$ (2)

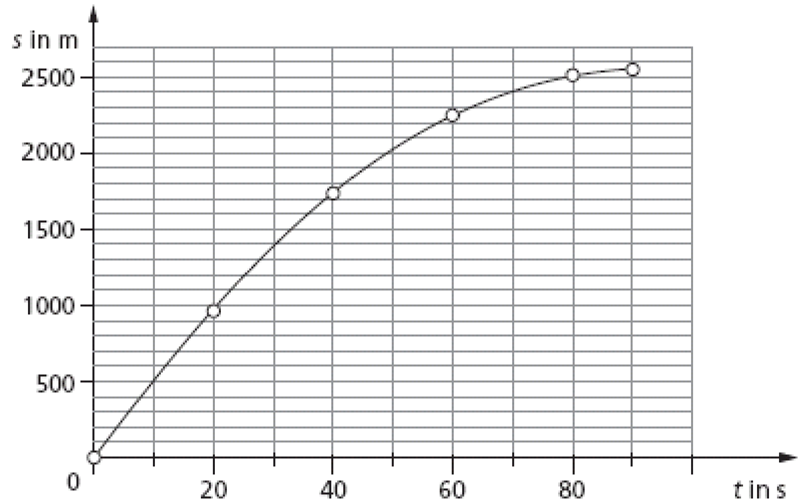
Setzt man (1) in (2) ein, so erhält man:

$s = \frac{v_0^2}{a} - \frac{v_0^2}{2\,a} = \frac{v_0^2}{2\,a}$

$s = \frac{\left(55{,}6\ \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2}{2 \cdot 0{,}6\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}$

$\underline{s = 2\,576\ \text{m}}$

Für die Bremskraft gilt:
$F = m \cdot a$
$F = 500\,000\ \text{kg} \cdot 0{,}6\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$
$\underline{F = 300\,000\ \text{N}}$



Die maximale Beschleunigung eines ICE beträgt etwa 0,5 m/s².
Bei konstanter Beschleunigung erreicht der Zug nach etwa 50 s eine Geschwindigkeit von
100 km/h. Dabei wird ein Weg von etwa 700 m zurückgelegt.
Für Pkw kann man eine durchschnittliche Zeit von etwa 10 s bis zum Erreichen von 100 km/h
annehmen. Die Beschleunigung ist bei einem Pkw also wesentlich größer als bei einem ICE.
Der Zug kommt nach etwa 2 600 m zum Stehen. Die Bremskraft beträgt ca. 300 kN.

60. Ein Auto (m = 950 kg) fährt zunächst mit 50 km/h, wird dann wird 4 s lang konstant beschleunigt und erreicht eine Geschwindigkeit von 70 km/h.

a) Wie groß ist die Beschleunigungsarbeit und die dann vorhandene kinetische Energie?

b) Welche Geschwindigkeit hätte das Auto mit der gleichen Beschleunigungsarbeit erreicht, wenn es aus dem Stand heraus beschleunigt worden wäre?

a) Gesucht: W, E_{kin}

Gegeben: $m = 950\ \text{kg}$

$v_1 = 50\ \frac{\text{km}}{\text{h}} = 13{,}9\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$

$t = 4\ \text{s}$

$v_2 = 70\ \frac{\text{km}}{\text{h}} = 19{,}4\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$

Lösung:

Die Beschleunigungsarbeit ist gleich der Änderung der kinetischen Energie:

$$W = \Delta E_{kin}$$

$$W = \frac{1}{2}\ m \cdot v_2^2 - \frac{1}{2}\ m \cdot v_1^2 = \frac{1}{2}\ m \cdot (v_2^2 - v_1^2 \quad E_{kin}$$

$$W = \frac{1}{2} \cdot 950\ \text{kg}\left[\left(19{,}4\ \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2 - \left(13{,}9\ \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2\right]$$

$$\underline{W = 87\,000\ \text{Nm}}$$

Die kinetische Energie ergibt sich aus Masse und Geschwindigkeit.

$$E_{kin} = \frac{1}{2}\ m \cdot v^2$$

$$E_{kin} = \frac{1}{2} \cdot 950\ \text{kg} \cdot \left(19{,}4\ \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2$$

$$\underline{E_{kin} = 179\ \text{kJ}}$$

Zum Beschleunigen des Autos ist eine Arbeit von 87 000 Nm erforderlich. Seine kinetische Energie beträgt dann 179 kJ.

b) Gesucht: v

Gegeben: $W = 87\,000\ \text{Nm}$

$m = 970\ \text{kg}$

Lösung:

Die Beschleunigungsarbeit W ist gleich der Änderung der kinetischen Energ

$$W = \Delta E_{kin}$$

$$W = \frac{1}{2}\ m\ (v^2 - v_1^2) \quad \text{mit} \quad v_1 = 0$$

$$W = \frac{1}{2}\ m \cdot v^2$$

Die Umstellung nach v ergibt:

$$v = \sqrt{\frac{2\ W}{m}}$$

$$v = \sqrt{\frac{2 \cdot 87\,000\ \text{Nm}}{950\ \text{kg}}}$$

$$\underline{v = 13{,}5\ \frac{\text{m}}{\text{s}} = 48{,}6\ \frac{\text{km}}{\text{h}}}$$

Mit der berechneten Beschleunigungsarbeit würde das Auto aus dem Stillstand eine Geschwindigkeit von knapp 50 $\frac{\text{km}}{\text{h}}$ erreichen.

a) Ein Junge gibt einem Ball mit der Masse 0,5 kg in der Zeit von 0,2 s aus der Ruhe eine Geschwindigkeit von 8 ms^{-1}. Welche Kraft übt er auf den Ball aus?
b) Mit welcher Geschwindigkeit fliegt der Ball weg, wenn er durch zähes Training seine Schussstärke verdoppelt hat?

a) Es gilt das Grundgesetz der Mechanik:

$$F = m \cdot a$$

Darin fehlt noch die Beschleunigung:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

Da das Schießen des Balles aus der Ruhe heraus erfolgt, kann man schreiben:

$$a = \frac{v}{t}$$

Damit wird dann:

$$F = m \cdot \frac{v}{t}$$

$$F = 0{,}5\,kg \cdot \frac{8\,\frac{m}{s}}{0{,}2\,s}$$

$$F = 20\,N$$

b) In der Gleichung

$$F = m \cdot \frac{v}{t}$$

ist zu erkennen, dass Kraft und Geschwindigkeit direkt proportional zueinander sind. Die Abschussgeschwindigkeit verdoppelt sich also auch auf 16 m/s.
Der Junge übt auf den Ball eine Kraft von 20 N aus. Mit der doppelten Kraft erreicht er eine Geschwindigkeit von 16 ms^{-1}.

Ein Zug mit der Gesamtmasse 600 t erreicht beim Anfahren von der Haltestelle aus auf der Strecke von 2,45 km die Fahrgeschwindigkeit 120 kmh^{-1}. Wie groß ist die Kraft, mit der die Lokomotive den Zug zieht?

Wenn die Kraft als konstant angenommen werden kann, gilt das Grundgesetz der Mechanik:

$$F = m \cdot a$$

Die Beschleunigung muss extra berechnet werden. Da es eine gleichmäßig beschleunigte Bewegung ist, gilt:

$$s = \frac{a}{2} \cdot t^2$$

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

Beide Gleichungen werden nach t umgestellt, gleichgesetzt und dann nach a umgestellt. Da die Bewegung aus dem Stand geschieht, kann einfach v eingesetzt werden. Die Beschleunigungsgleichung wird nach dem Umstellen nach t noch quadriert. Damit umgeht man die Wurzel.

$$t^2 = \frac{2 \cdot s}{a}$$

$$t^2 = \frac{v^2}{a^2}$$

$$\frac{2 \cdot s}{a} = \frac{v^2}{a^2}$$

$$a = \frac{v^2}{2 \cdot s}$$

Das wird nun in das Grundgesetz eingesetzt und berechnet:

$$F = m \cdot \frac{v^2}{2 \cdot s}$$

$$F = 600 \cdot 10^3\ kg \cdot \frac{33{,}3^3\ \frac{m^2}{s^2}}{2 \cdot 2{,}45 \cdot 10^3\ m}$$

$$F = 135{,}8 \cdot 10^3\ N$$

$$F = 135{,}8\ kN$$

Die Lok zieht mit einer Kraft von 135,8 kN.

Eine Kugel rollt reibungsfrei aus der Höhe h = 2 m herab. Welche Geschwindigkeit erreicht sie?

Wenn die Kugel reibungsfrei aus dieser Höhe hinabrollt, wandelt sie ihre gesamte potenzielle Energie in kinetische Energie um. Mit diesem Ansatz lässt sich die Geschwindigkeit berechnen:

$$E_{pot} = E_{kin}$$

$$m \cdot g \cdot h = \frac{m}{2} \cdot v^2$$

$$g \cdot h = \frac{1}{2} \cdot v^2$$

$$2 \cdot g \cdot h = v^2$$

$$v = \sqrt{2 \cdot g \cdot h}$$

$$v = \sqrt{2 \cdot 9{,}81 \tfrac{m}{s^2} \cdot 2 m}$$

$$v = 6{,}26 \tfrac{m}{s}$$

$$v = 22{,}6 \tfrac{km}{h}$$

Hinweis: Die gleiche Formel erhält man, wenn man die Aufgabe über den freien Fall löst. Die Kugel hat also für das Herabrollen und den freien Fall aus 2 m Höhe die gleichen Geschwindigkeiten.

Die Kugel hat aus 2 m Höhe eine Geschwindigkeit von 22,6 km/h

Eine Kraft von 40 N dehnt eine Feder um 8 cm. Wie groß ist die in der gespannten Feder gespeicherte Energie?