

Grundwissen Mathematik 5

Dieser Grundwissenskatalog gehört:

Name: _____

Klasse: _____

Inhaltsverzeichnis

Zahlen

- 1.1 Zahlenmengen
- 1.2 Besondere Zahlen
- 1.3 Stellenwertsystem
- 1.4 Runden
- 1.5 Darstellen von Zahlen in Tabellen und Diagrammen
- 1.6 Das Zählprinzip
- 1.7 Ganze Zahlen
- 1.8 Rechnen mit Ganzen Zahlen
- 1.9 Rechengesetze
- 1.10 Termnamen
- 1.11 Größen
- 1.12 Maßstab

Geometrie

- 2.1 Geometrische Grundbegriffe
- 2.2 Senkrechte und parallele Geraden
- 2.3 Der Winkel
- 2.4 Das Koordinatensystem
- 2.5 Achsensymmetrie
- 2.6 Geometrische Grundfiguren
- 2.7 Geometrische Grundkörper
- 2.8 Flächeninhalt und Umfang
- 2.9 Oberfläche eines Quaders veranschaulicht am Netz

Zahlen

1.1 Zahlenmengen

$\mathbb{N} = \{1, 2, 3, \dots\}$ Menge der natürlichen Zahlen

$\mathbb{N}_0 = \{0, 1, 2, \dots\}$ Menge der natürlichen Zahlen mit Null

$\mathbb{Z} = \{\dots-3; -2; -1; 0; 1; 2; 3; \dots\}$ Menge der ganzen Zahlen

$V_3 = \{3; 6; 9; 12; 15; \dots\}$ Menge aller Vielfachen der Zahl 3

$T_{12} = \{1; 2; 3; 4; 6; 12\}$ Menge aller Teiler der Zahl 12

Eine Menge besteht aus **Elementen**.

Bsp.:

$6 \in V_3$ (sprich: „die Zahl 6 ist ein Element der Menge V_3 “)

$7 \notin V_3$ (sprich: „die Zahl 7 ist kein Element der Menge V_3 “)

1.2 Besondere Zahlen

Quadratzahlen: 1; 4; 9; 16; 25; 36; 49; 64; 81; ...

Stufenzahlen: 1; 10; 100; 1000; ...

Primzahlen: 2; 3; 5; 7; 11; 13; 17; 19; 23; 29 ...

Jede Zahl, die **genau zwei** Teiler besitzt (die 1 und sich selbst), nennt man Primzahl.

Primfaktorzerlegung

Jede natürliche Zahl (außer der Zahl 1 und den Primzahlen selbst) lässt sich **eindeutig** in ein Produkt von Primzahlen zerlegen.

Bsp.: $20 = 2 \cdot 2 \cdot 5 = 2^2 \cdot 5$

1.3 Stellenwertsystem

In einem **Stellenwertsystem** werden Zahlen mit Hilfe von **Ziffern** dargestellt. Im **Dezimalsystem** (Zehnersystem) sind es die Ziffern 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9. Der Wert der Ziffer hängt von der Stelle ab, an der sie steht.

Bsp.: $235 = 2 \cdot 100 + 3 \cdot 10 + 5 \cdot 1$

Einer

Zehner

Hunderter

Für große Zahlen verwendet man häufig folgende Namen:

1 Million = 1 000 000

1 Milliarde = 1 000 000 000

1 Billion = 1 000 000 000 000

1 Billiarde = 1 000 000 000 000 000 usw.

Bsp.: 70 325 000 000 lies: 70 Milliarden 325 Millionen

Übersichtlicher ist oft die Schreibweise mit Zehnerpotenzen:

$10^0 = 1$; $10^1 = 10$; $10^2 = 100$; $10^3 = 1000$; $10^4 = 10\,000$; ...

Bsp.: $25 \cdot 10^9 = 25 \cdot 1\,000\,000\,000 = 25\,000\,000\,000$

1.4 Runden

Beim Runden ist die **erste wegzulassende Ziffer** entscheidend.

Ist die erste wegzulassende Ziffer 0, 1, 2, 3 oder 4, so wird abgerundet, ist sie 5, 6, 7, 8 oder 9, so wird aufgerundet.

Bsp.: $13\,512 \approx 14\,000$ (gerundet auf **Tausender**)

$13\,512 \approx 13\,500$ (gerundet auf **Hunderter**)

1.5 Darstellen von Zahlen in Diagrammen und Tabellen

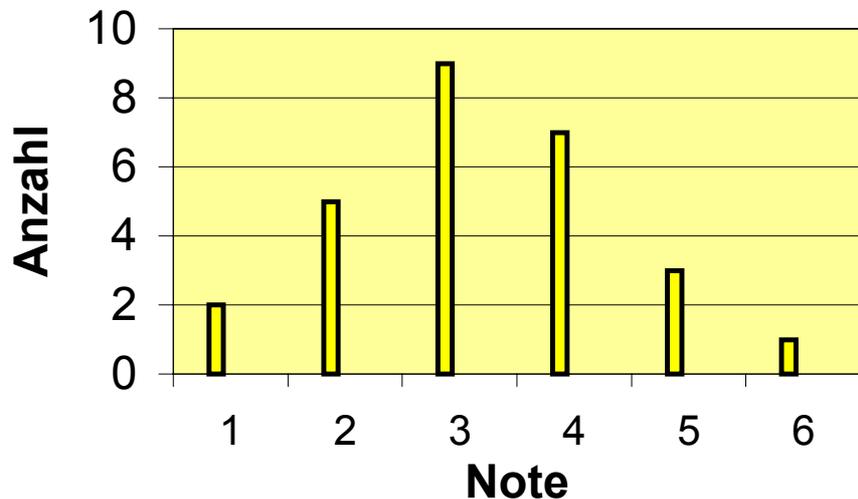
Zusammenhänge zwischen Zahlen lassen sich in Tabellen und Diagrammen darstellen.

Tabelle

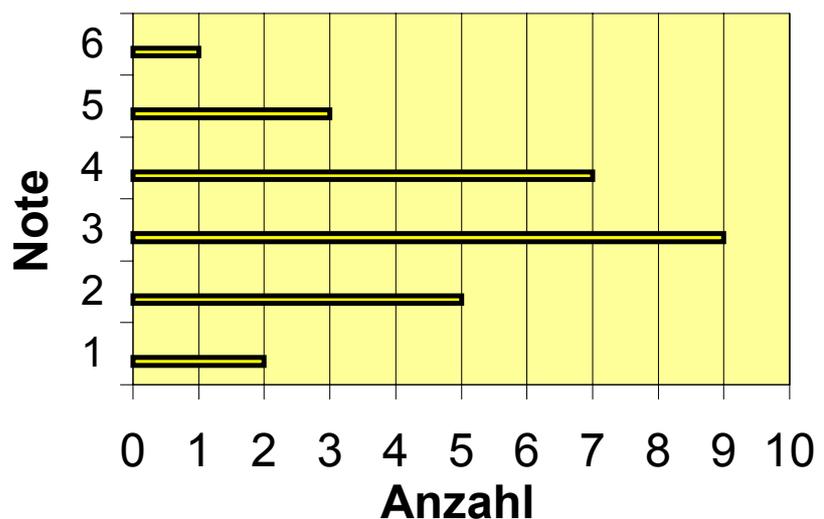
Note	1	2	3	4	5	6
Anzahl	2	5	9	7	3	1

Diagramm

Säulendiagramm



Balkendiagramm

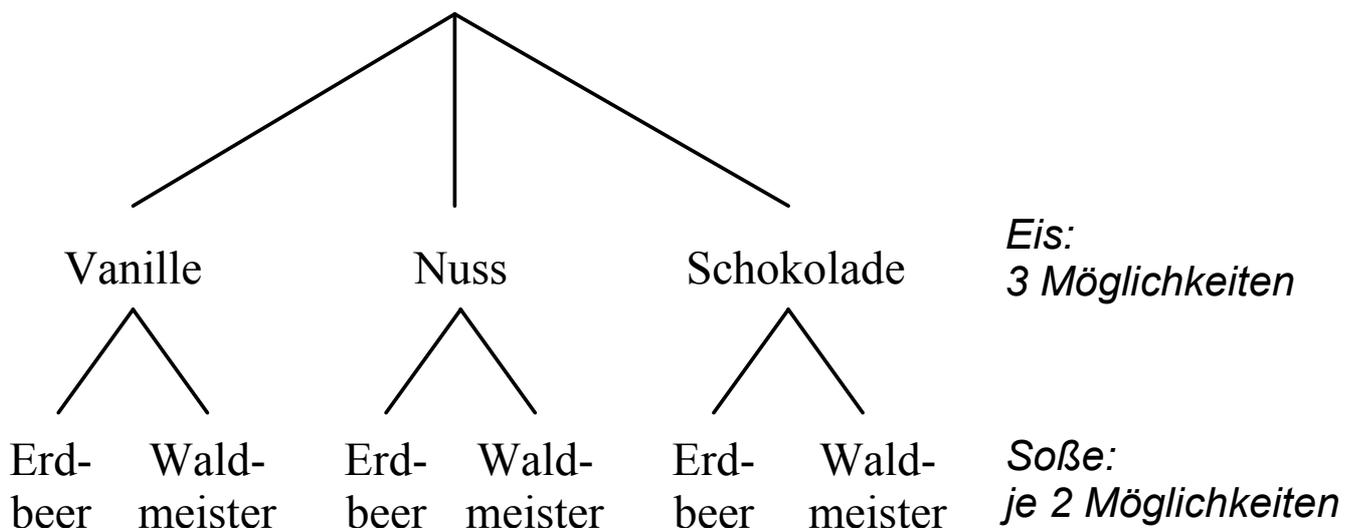


Weitere Diagrammtypen: Strich-, Kreis-, Figurendiagramme

1.6 Das Zählprinzip

Es gibt Situationen, bei den man zwischen mehreren Dingen auswählen und diese miteinander kombinieren kann. Die verschiedenen Kombinationsmöglichkeiten lassen sich in einem **Baumdiagramm** übersichtlich darstellen. Die Anzahl der Baumenden entspricht dabei der Gesamtzahl der Möglichkeiten. Die Gesamtzahl der Möglichkeiten ergibt sich aus dem Produkt der Möglichkeiten jeder einzelnen Stufe (**Zählprinzip**).

Bsp.: Markus möchte sich einen Eisbecher aus einer Sorte Eis und einer Soße machen. Er hat Vanille-, Nuss- und Schokoladen- eis sowie Erdbeer- und Waldmeistersoße zur Auswahl. Wie viele verschiedene Möglichkeiten hat er?



Insgesamt hat er also $3 \cdot 2 = 6$ Möglichkeiten.

Achtung: Die Wahl auf einer Stufe kann die weiteren Wahlmöglichkeiten einschränken!

Bsp.: Markus mag auf Nusseis keine Waldmeistersoße. Er hat also nur $6 - 1 = 5$ Möglichkeiten.

1.7 Ganze Zahlen



Der Abstand einer Zahl von der Zahl 0 heißt der **Betrag** der Zahl.

Bsp.: $|3| = 3$; $|-3| = 3$

Zahlen, die den gleichen Betrag besitzen, aber verschiedene Vorzeichen haben, nennt man **Gegenzahlen**. Bsp.: -5 und 5

Von zwei ganzen Zahlen ist diejenige **größer** (**kleiner**), die auf der Zahlengeraden **weiter rechts** (**links**) liegt.

Bsp.: $-3 < -1$; $4 > -2$ (siehe Zahlengerade)

1.8 Rechnen mit Ganzen Zahlen

Addition und Subtraktion

Gleiche Vorzeichen: $(+ 2) + (+ 3) = 2 + 3 = + 5$

$(- 2) + (- 3) = - 2 - 3 = - 5$

Verschiedene Vorzeichen: $(+ 2) + (- 3) = 2 - 3 = - 1$

$(- 2) + (+ 3) = - 2 + 3 = + 1$

Subtrahieren einer negativen Zahl bedeutet Addieren ihrer Gegenzahl

$(- 2) - (- 3) = - 2 + 3 = + 1$

Multiplizieren und Dividieren

Gleiche Vorzeichen: **Plus** mal **Plus** = **Plus**

$(+ 2) \cdot (+ 3) = + 6$

Minus mal **Minus** = **Plus**

$(- 2) \cdot (- 3) = + 6$

Verschiedene Vorzeichen: **Plus** mal **Minus** = **Minus**

$(+ 2) \cdot (- 3) = - 6$

1.9 Rechengesetze

Kommutativgesetz: $a + b = b + a$

$a \cdot b = b \cdot a$

Assoziativgesetz: $a + (b + c) = (a + b) + c$

$a \cdot (b \cdot c) = (a \cdot b) \cdot c$

→ „Ausmultiplizieren“

Distributivgesetz: $(a + b) \cdot c = a \cdot c + b \cdot c$

← „Ausklammern“

Reihenfolge beim Rechnen:

Klammer vor Potenz vor Punkt vor Strich

Eine **Potenz** ist eine Kurzschreibweise für ein Produkt aus lauter gleichen Faktoren:

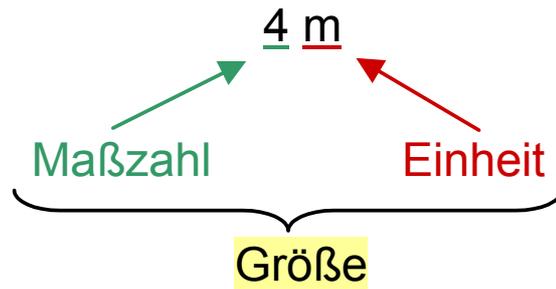
Potenz: $\text{Basis}^{\text{Exponent}}$ *Bsp.:* $3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 3^5$

Der Exponent gibt an, wie oft die Basis als Faktor vorkommt.

1.10 Termnamen

Rechenart	Addition $6 + 2$ 1. Summand + 2. Summand	Subtraktion $6 - 2$ Minuend - Subtrahend
Term		
Termname	Summe	Differenz
	Multiplikation $6 \cdot 2$ 1. Faktor · 2. Faktor	Division $6 : 2$ Dividend : Divisor
	Produkt	Quotient

1.11 Größen



Wichtige Grundgrößen und ihre Standardeinheit:
 Länge (Meter), Masse (Kilogramm), Zeit (Sekunde)

Umrechnungen:

Länge:

$$1 \text{ cm} = 10 \text{ mm}$$

$$1 \text{ dm} = 10 \text{ cm}$$

$$1 \text{ m} = 10 \text{ dm}$$

$$1 \text{ km} = 1000 \text{ m}$$

Masse:

$$1 \text{ g} = 1000 \text{ mg}$$

$$1 \text{ kg} = 1000 \text{ g}$$

$$1 \text{ t} = 1000 \text{ kg}$$

Zeit:

$$1 \text{ min} = 60 \text{ s}$$

$$1 \text{ h} = 60 \text{ min}$$

$$1 \text{ d} = 24 \text{ h}$$

Rechnen mit Größen

Will man mit Größen rechnen, sie z.B. addieren, so muss man sie vorher immer auf die gleiche Einheit bringen.

$$\text{Bsp.: } 300 \text{ m} + 0,5 \text{ km} = 300 \text{ m} + 500 \text{ m} = 800 \text{ m}$$

Eine Größe wird mit einer Zahl **multipliziert** (durch eine Zahl **dividiert**), in dem man die Maßzahl mit dieser Zahl multipliziert (dividiert) und die Einheit beibehält.

$$\text{Bsp.: } 3 \text{ m} \cdot 7 = (3 \cdot 7) \text{ m} = 21 \text{ m}$$

$$15 \text{ kg} : 3 = (15 : 3) \text{ kg} = 5 \text{ kg}$$

Dividiert man zwei Größen der gleichen Art, so erhält man eine Zahl.

$$\text{Bsp.: } 60 \text{ min} : 12 \text{ min} = 60 : 12 = 5$$

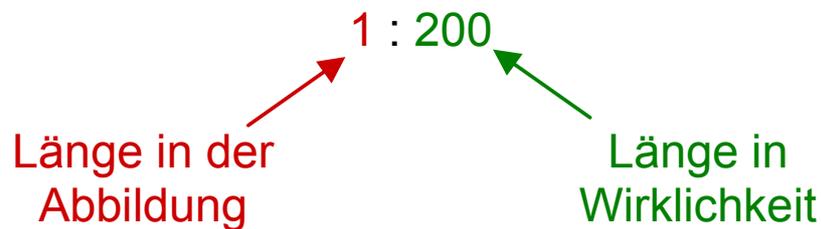
$$3 \text{ min} : 30 \text{ s} = 180 \text{ s} : 30 \text{ s} = 180 : 30 = 6$$

1.12 Maßstab

Der Maßstab gibt an, wie sehr Längen in einem Plan oder Modell vergrößert oder verkleinert sind.

Beispiele:

- Wanderkarte im Maßstab $1 : 50000$
 1 cm auf der Karte entspricht 50000 cm in Wirklichkeit
- Vergrößerte Abbildung einer Fliege im Maßstab $2 : 1$
 2 cm in der Abbildung entsprechen 1 cm in Wirklichkeit



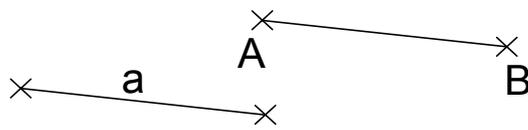
Achtung: Gleiche Einheit verwenden!

Geometrie

2.1 Geometrische Grundbegriffe

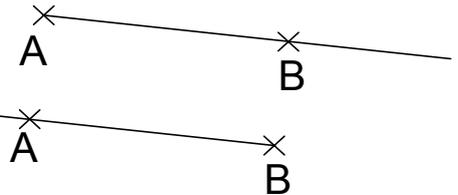
Strecke $[AB]$ mit Länge \overline{AB}

Strecke a mit Länge a



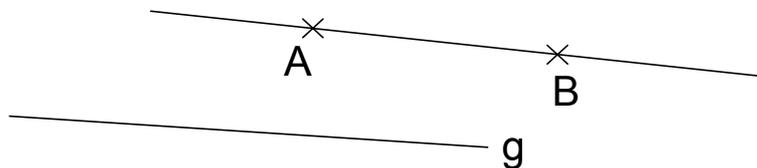
Halbgerade $[AB$ mit Anfangspunkt A

Halbgerade $[BA$ mit Anfangspunkt B



Gerade AB

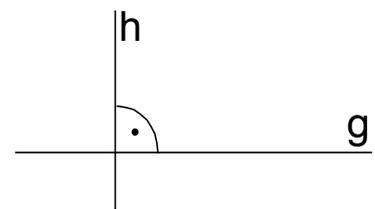
Gerade g



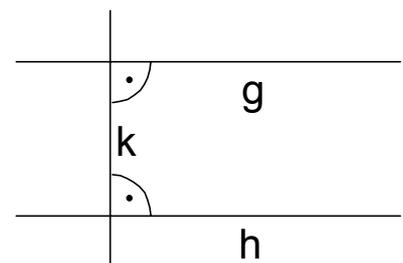
2.2 Senkrechte und parallele Geraden

Zwei Geraden g und h sind **zueinander senkrecht** (kurz: $g \perp h$), wenn sie einen rechten Winkel bilden.

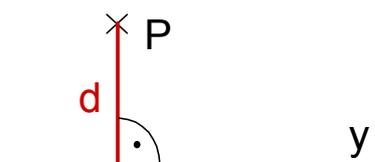
Man sagt auch, g ist ein **Lot** zu h .



Zwei Geraden g und h sind **zueinander parallel** (kurz: $g \parallel h$), wenn es eine dritte Gerade k gibt, die ein gemeinsames Lot der beiden Geraden ist.

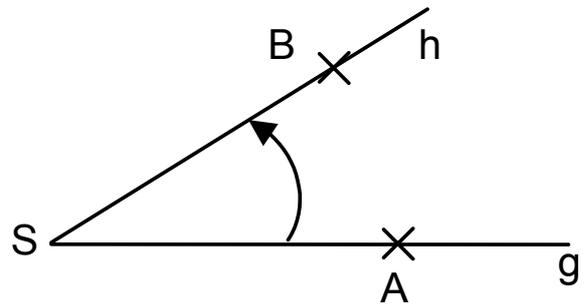


Der **Abstand d** eines Punktes P von einer Geraden ist die Länge der senkrechten Verbindungsstrecke.

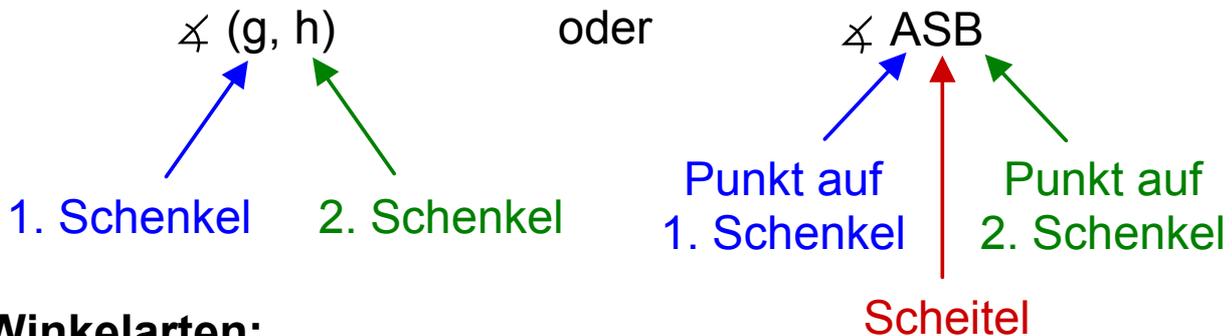


2.3 Der Winkel

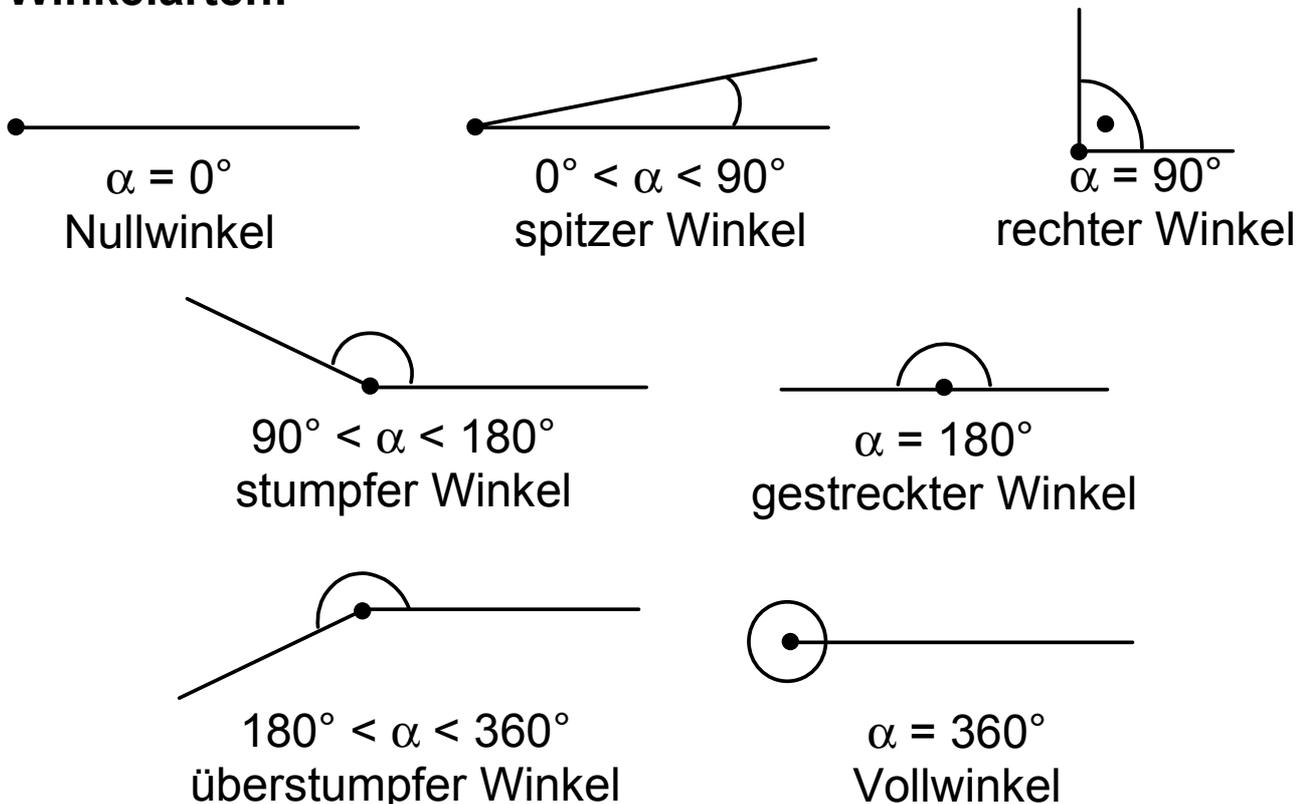
Dreht man eine Halbgerade g um ihren Anfangspunkt S entgegen dem Uhrzeigersinn bis zur Halbgeraden h , so entsteht ein Winkel. g nennt man den ersten Schenkel, h den zweiten Schenkel und S den Scheitel des Winkels.



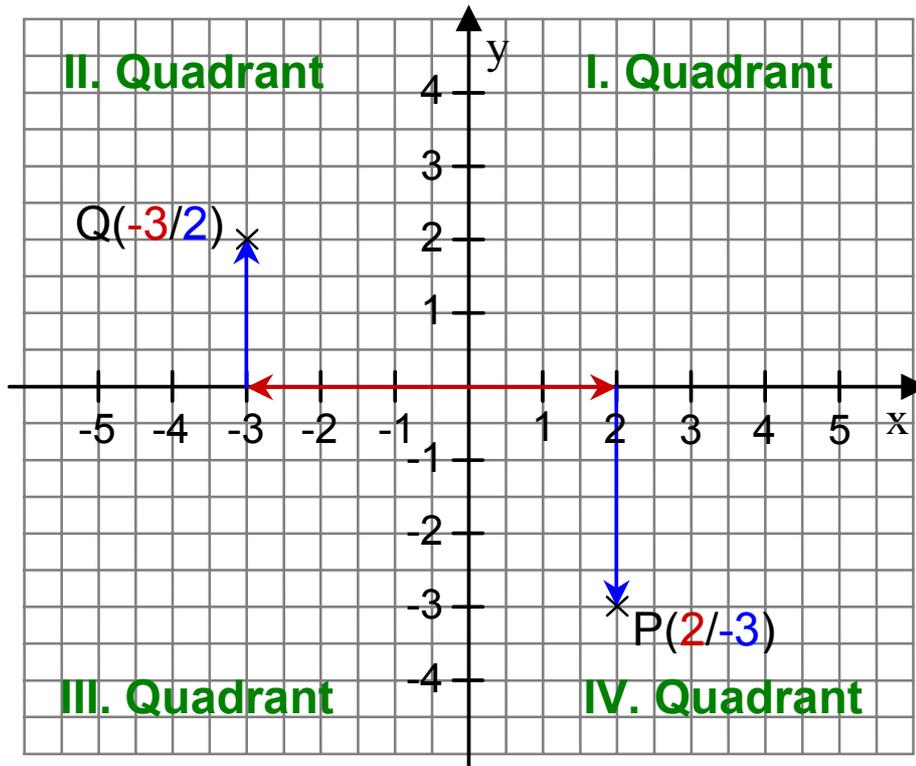
Bezeichnungen: griechische Buchstaben (α, β, γ) oder



Winkelarten:



2.4 Das Koordinatensystem

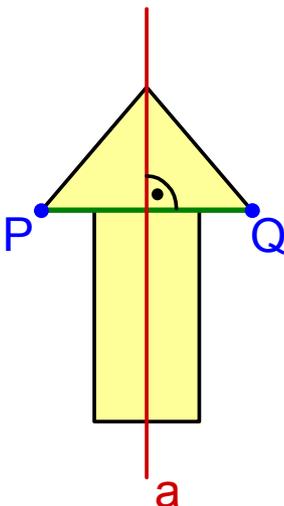


x-Koordinate

↓
P(2/-3)

↑
y-Koordinate

2.5 Achsensymmetrie

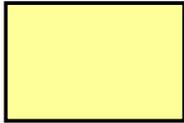


Eine Figur ist achsensymmetrisch, wenn man sie so falten kann, dass ihre beiden Teile genau aufeinander passen. Die Faltkante nennt man **Symmetrieachse a**.

Ist **Q** der **Bildpunkt** von **P**, so steht die Symmetrieachse **a** senkrecht auf der **Verbindungsstrecke [PQ]** und halbiert diese.

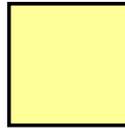
2.6 Geometrische Grundfiguren

Rechteck



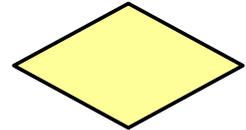
Viereck mit vier rechten Winkeln

Quadrat



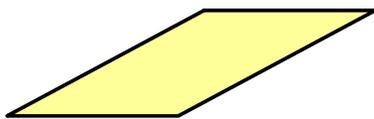
Rechteck mit vier gleich langen Seiten

Raute



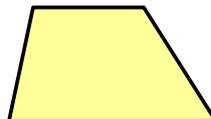
Viereck mit vier gleich langen Seiten

Parallelogramm



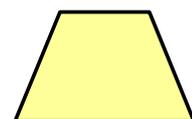
Viereck, bei dem gegenüberliegende Seiten parallel sind

Trapez



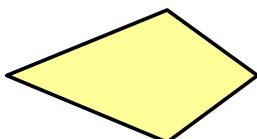
Viereck, bei dem zwei Seiten parallel sind

gleichschenkliges Trapez



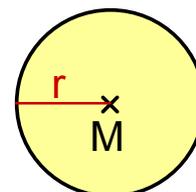
Trapez, bei dem die nicht parallelen Seiten gleich lang sind

Drachenviereck



Viereck, bei dem an zwei gegenüberliegenden Ecken jeweils zwei gleich lange Seiten anliegen

Kreis

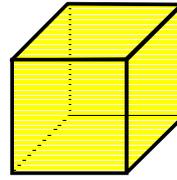


Menge aller Punkte, die vom Mittelpunkt M die gleiche Entfernung haben
Diese Entfernung nennt man **Radius r**.

2.7 Geometrische Grundkörper

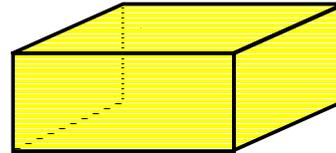
Würfel (Kubus)

Die Flächen sind sechs gleiche Quadrate.



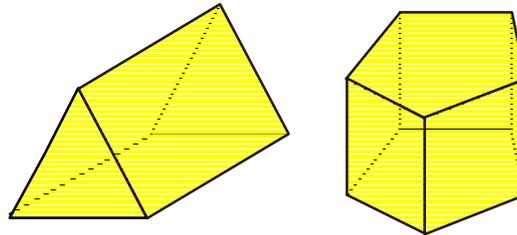
Quader

Je zwei gegenüberliegende Rechtecke sind gleich.



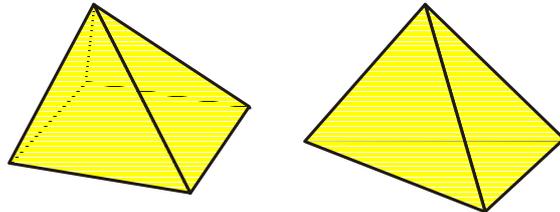
Prisma

Gleiche eckige Grund- und Deckfläche



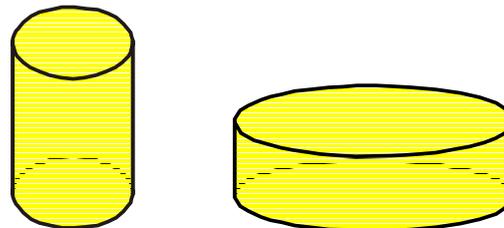
Pyramide

Eckige Grundfläche und Spitze



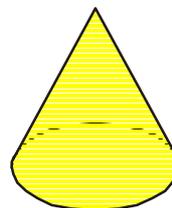
Zylinder

Gleiche kreisförmige Grund- und Deckfläche



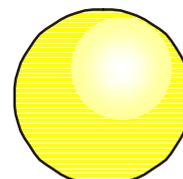
Kegel

Kreisförmige Grundfläche und Spitze



Kugel

Alle Punkte der Oberfläche sind vom Mittelpunkt gleich weit entfernt (Radius r).

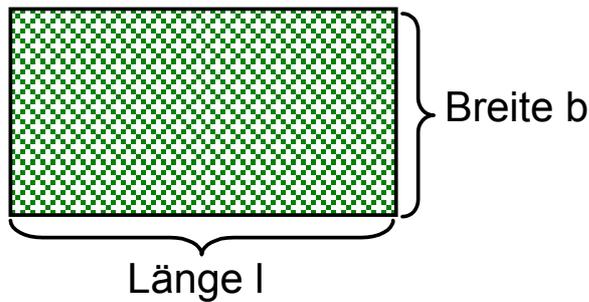


2.8 Flächeninhalt und Umfang

Der **Umfang** u einer Figur ist die Summe der Seitenlängen.

Der **Flächeninhalt** A gibt die Größe der eingeschlossenen Fläche an.

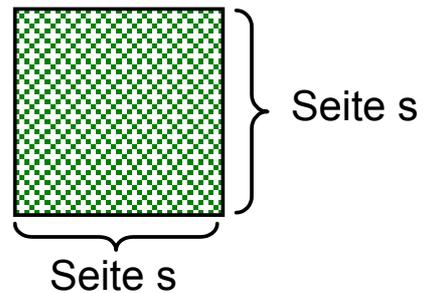
Rechteck



$$u_R = 2 \cdot (l + b)$$

$$A_R = l \cdot b$$

Spezialfall: Quadrat



$$u_Q = 4 \cdot s$$

$$A_Q = s^2$$

Umrechnungen: $\text{mm}^2 \rightarrow \text{cm}^2 \rightarrow \text{dm}^2 \rightarrow \text{m}^2 \rightarrow \text{a} \rightarrow \text{ha} \rightarrow \text{km}^2$

Umrechnungszahl: 100

2.9 Oberfläche eines Quaders veranschaulicht am Netz

